

Comportamiento en vibraciones longitudinales y transversales de vigas de madera antigua de *Picea abies*

Longitudinal and transversal vibrations behavior of old *Picea abies* wood beams

JAVIER RAMÓN SOTOMAYOR-CASTELLANOS^{1,2}

Recibido: Noviembre 28, 2013

Aceptado: Marzo 24, 2014

Resumen

El objetivo fue evaluar el comportamiento dinámico de la madera de *Picea abies*. Se realizaron pruebas de vibraciones longitudinales y transversales en cinco vigas con una antigüedad de cien años. Se propone un protocolo experimental para evaluar la resistencia mecánica y la capacidad de amortiguamiento de vibraciones mecánicas de las vigas empleando pruebas no destructivas. Se calcularon el módulo de elasticidad y el coeficiente de amortiguamiento correspondientes a las direcciones longitudinal, radial y tangencial de la madera. Los resultados indicaron una relación de anisotropía de los módulos de elasticidad del orden de $E_T \approx E_L > E_R$, con coeficientes de variación aceptables en experimentación de la madera. Igualmente, los coeficientes de amortiguamiento mostraron una anisotropía de: $\tan \delta_T > \tan \delta_R > \tan \delta_L$. Se concluyó que las vigas antiguas tienen propiedades mecánicas similares a las de madera recientemente cortada. Los parámetros determinados pueden servir como referencia para el análisis estructural de elementos de madera presentes en edificaciones antiguas. Sin embargo, es necesario considerar las condiciones de cada caso de estudio en particular.

Palabras clave: frecuencia, módulo de elasticidad, coeficiente de amortiguamiento, anisotropía, ensayos no destructivos.

Abstract

The objective was to evaluate the dynamic behavior of *Picea abies* wood. Longitudinal and transversal vibrations tests were performed in five wood beams with an antiquity of one hundred years. An experimental protocol is proposed to evaluate the mechanical strength and the damping capacity of the mechanical vibrations of beams using nondestructive methods. The modulus of elasticity and the damping coefficient corresponding to the longitudinal, radial and tangential directions of the wood were calculated. The results showed an anisotropy ratio of the moduli of elasticity in the order of $E_T \approx E_L > E_R$, with acceptable variation coefficients in experimental wood. Similarly, the damping coefficients showed anisotropy of: $\tan \delta_T > \tan \delta_R > \tan \delta_L$. It was concluded that the old wood beams have similar mechanical properties to those of recently cut wood. The determined parameters can serve as a reference for the structural analysis of wooden elements present in old buildings. Nonetheless, it is necessary to consider the conditions of each case study in particular.

Keywords: frequency, modulus of elasticity, damping coefficient, anisotropy, non destructive testing.

¹ Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Ciudad Universitaria, Edificio D. Morelia, Michoacán, México. 50030. Tel. (443) 364-2857.

² Dirección electrónica del autor de correspondencia: madera999@yahoo.com.

Introducción

México cuenta con una generosa hacienda cultural, constituida entre otras expresiones, por edificios y monumentos históricos. El mantenimiento y la renovación de las estructuras de madera que se integran en este patrimonio necesitan su evaluación estructural, la cual debe estar basada en los principios de mínima intrusión, de reversibilidad y en un método científico.

La industria contemporánea de la construcción con madera diseña estructuras siguiendo criterios de servicio y de fiabilidad estructural recomendados por reglamentos y normas propuestos por instituciones académicas y empresariales. Antiguamente, las estructuras de madera fueron edificadas en función de la disponibilidad de la materia prima y aplicando criterios empíricos (Steiner y Arnold, 2009), de tal forma, que es usual encontrar armazones antiguas con características constructivas particulares, lo que implica consideraciones especiales para su valoración. Entre otras estrategias, el restaurador precisa de adaptar los criterios de normas de clasificación contemporáneas en la evaluación del estado de deterioro de la madera, así como emplear métodos de carácter no destructivo y experimentos *in-situ* para determinar características mecánicas de los miembros estructurales.

En la actualidad, la evaluación de estructuras de madera debe seguir los principios para su preservación propuestos por el Consejo Internacional de Monumentos y Sitios (ICOMOS, 1999), así como respetar las recomendaciones para el análisis, conservación y restauración estructural del patrimonio arquitectural, establecidas por el Comité Científico Internacional para el Análisis y Restauración de Estructuras del Patrimonio Arquitectural (ISCARSAH, 2005).

Este análisis requiere de datos experimentales estimados en elementos estructurales que formen parte de estructuras de madera en servicio. En este caso de estudio, se trata de vigas de madera con dimensiones y características tecnológicas reales de empleo de madera antigua.

El módulo de elasticidad es uno de los parámetros necesarios para el diagnóstico estructural empleando el método del elemento finito (Cointe *et al.*, 2007), las técnicas basadas en el enfoque de los estados límite (Dietsch, 2010) y en el enfoque de análisis probabilístico (Köhler *et al.*, 2007). Para el caso de diseño sísmico, es igualmente deseable contar con datos del módulo de elasticidad evaluado en condiciones dinámicas, por ejemplo, en vibraciones transversales (Saporiti-Machado y Palma, 2011).

La capacidad de una edificación o estructura de madera para amortiguar vibraciones en caso de eventos tales como sismos o movimientos excepcionales está dada por el amortiguamiento estructural, existente principalmente entre las conexiones de los elementos constitutivos de la edificación. Sin embargo, para fines de análisis estructural, es necesario contar con parámetros de la capacidad de disipación de energía de los elementos estructurales. Por ejemplo, el coeficiente de amortiguamiento del material en cuestión (Chopra, 2011).

El módulo de elasticidad y el coeficiente de amortiguamiento de vigas de madera, son dos características de ingeniería necesarias para el análisis estructural de edificaciones con madera. Estos parámetros dependen de las propiedades de anisotropía del material, motivo por el cual es necesario calcularlos según las direcciones longitudinal, radial y tangencial del plano leñoso (Dietsch y Köhler, 2010).

La especie *Picea abies* (L.) Karst (Spruce wood en inglés, Picea en español) es una de las más empleadas en estructuras de madera en Europa (Drdácký *et al.*, 2006). Por su parte, la madera del género *Picea* y sus propiedades físico-mecánicas, son reconocidas como referencias en la investigación en Ciencias, Ingeniería y Tecnología de la Madera.

Moshiri *et al.* (2009) empleando pruebas de vibraciones longitudinales, determinan en madera de *P. abies* con densidad de 484 kg/m³ y un contenido de humedad de 12%, un módulo de elasticidad en vibraciones transversales de 12,615 MPa. Por su parte, Olsson *et al.* (2012) evalúan en la misma especie con densidad de 472 kg/m³ y un contenido de humedad de 13.6%, un módulo de elasticidad en vibraciones longitudinales de 12,400 MPa.

Respecto a pruebas de flexión transversal dinámica en la dirección tangencial de la madera de *P. abies*, Larsson *et al.* (1998), determinan un módulo de elasticidad de 12,200 MPa para madera con densidad de 400 kg/m³ y un contenido de humedad de 13.2%. Por su parte, también en pruebas de flexión dinámica, pero en la dirección radial de la madera, Olsson *et al.* (2012) evalúan un módulo de 12,700 MPa para madera de *P. abies* con densidad de 472 kg/m³ y un contenido de humedad de 13.6%.

Con relación a las características de amortiguamiento de la madera, Placet *et al.* (2007) estudiaron con pruebas de flexión dinámica la madera de *Quercus sessiliflora*, *Fagus sylvatica*, *Populus* sp. y *Picea abies*. Sus valores del coeficiente de amortiguamiento ($\tan \delta$) variaron entre 0.12 y 0.18. Citados por Havimo (2009), valores del coeficiente de amortiguamiento determinado en pruebas de flexión dinámica en la madera de *Ulmus americana* ($\tan \delta = 0.29$) y *Pinus strobus* ($\tan \delta = 0.19$), son presentados por Olsson y Salmén (1997), y por Salmén (1984) para *Picea abies* ($\tan \delta = 0.17$). Igualmente, Placet *et al.* (2007) presentan valores para la madera de *Quercus sessiliflora* ($\tan \delta = 0.12$) y *Fagus sylvatica* ($\tan \delta = 0.11$). Para el caso de pruebas de vibraciones en la

dirección longitudinal de la madera, Olander *et al.* (1990) muestran valores del coeficiente de amortiguamiento para la madera de *P. abies* de $\tan \delta = 0.09$.

Estos resultados provienen de experiencias realizadas con vigas de madera con dimensiones de empleo seleccionadas particularmente para pruebas de clasificación. En la literatura, es escasa la información de parámetros determinados a partir de vigas de madera antigua que forman o formaron parte de edificaciones antiguas. Parece pertinente, determinar parámetros de ingeniería que sirvan como referencia en el análisis estructural de edificaciones históricas de madera.

Los autores revisados, trabajan con elementos estructurales o probetas de madera que satisfacen las normas para realizar pruebas en laboratorio. Por ejemplo, la norma ISO 13822 (ISO, 2003) y las normas europeas EN 408 (ECS, 2003) y EN 384 (ECS, 2004), empleadas para la evaluación de las propiedades físicas y mecánicas de elementos estructurales de madera. Estas normas regulan la configuración de los experimentos, pero sobre todo, las dimensiones y las características de las probetas. Esta normalización es específica para ensayos en condiciones estáticas. No existen normas para realizar ensayos dinámicos y de carácter no destructivo en vigas de madera. El método de evaluación aplicado en la práctica, sigue los criterios para la clasificación visual para madera de uso estructural recomendados por la norma EN 318 (ECS, 1997).

En el caso de estudio que se presenta, se propone un protocolo experimental para determinar características mecánicas y de amortiguamiento de vigas de madera antigua, empleando pruebas no destructivas de vibraciones.

Dado que la autenticidad de los edificios históricos debe ser respetada, solo en ocasiones particulares es posible tener acceso a elementos estructurales de madera antigua y tener la oportunidad de realizar pruebas mecánicas en condiciones de laboratorio. En

la presente investigación, se estudia madera que formó parte del techo de la estación ferroviaria *Masaryk (Praha Masarykovo nádraží*, en Checo), de la ciudad de Praga, República Checa. En 2011, el maderamen fue renovado y sus elementos constitutivos fueron removidos de su función original. De esta estructura, con una antigüedad estimada de 100 años, se rescataron para su caracterización mecánica, cinco vigas de madera de *P. abies*. El objetivo de la investigación fue determinar los módulos de elasticidad y los coeficientes de amortiguamiento de vigas de madera de *P. abies*.

Materiales y métodos

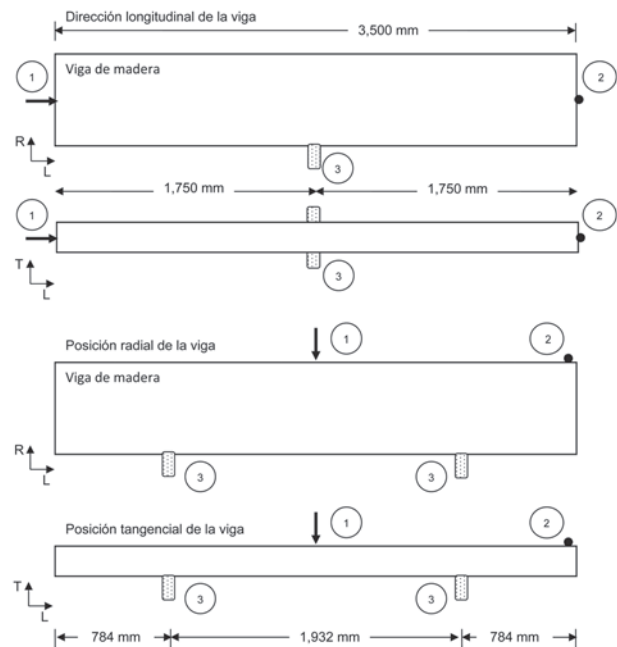
El material experimental consistió en cinco vigas de madera de *P. abies*, con dimensiones de 100 mm de grueso (T), 230 mm de ancho (R) y 3500 mm largo (L) (Figura 1). Una vez desmanteladas de la estructura original, las vigas se limpiaron y se almacenaron durante un año en un almacén con una temperatura promedio de 20 °C y una humedad relativa de 65%. Antes de iniciar las pruebas, se calculó la densidad de la madera con la relación peso/volumen y se midió su contenido de humedad con un aparato *sylvatest®*.

Las pruebas de vibraciones longitudinales, adaptaron el protocolo propuesto por Olsson *et al.* (2012), y las transversales el presentado por Padevit *et al.* (2011). Los experimentos consistieron en medir la frecuencia natural de acuerdo a la configuración de cada tipo de ensayo: vibraciones longitudinales en la dirección longitudinal (L) de las vigas y transversales en las direcciones radial (R) y tangencial (T) del plano leñoso (Figura 1).

En los ensayos para medir las vibraciones en la dirección longitudinal de la madera, las vigas estuvieron colocadas sobre uno de sus cantos, es decir, sobre el grueso de las vigas, en un apoyo elástico y aislante localizado en medio de su portada (L/2) correspondiente al punto nodal del primer modo de vibración. En las pruebas transversales para medir la deflexión en la dirección radial, las vigas estuvieron colocadas igualmente sobre uno de

sus cantos, pero apoyadas sobre dos soportes elásticos y aislantes situados en los puntos nodales del primer modo de vibración (0.224 L). Para las pruebas destinadas a medir la deflexión de las vigas en la dirección tangencial de la madera, las vigas estuvieron colocadas sobre una de sus caras, es decir, sobre su ancho, y apoyadas también sobre dos soportes elásticos y aislantes situados en los puntos nodales del primer modo de vibración (0.224 L) (Figura 1).

Figura 1. Pruebas de vibraciones tangenciales. 1) Posición de impacto, 2) Posición del acelerómetro, 3) Punto nodal y posición de soporte. L = Dirección longitudinal; R = Dirección radial; T = Dirección tangencial.

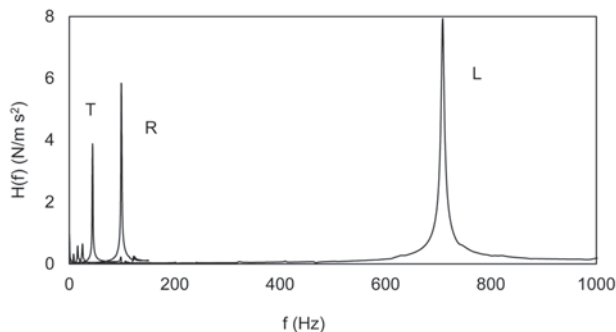


El movimiento de las vigas se inició con un impacto elástico empleando un martillo modelo 8206 (*Brüel & Kjær®*) instrumentado con un sensor de fuerza modelo PCB 208-A04. La aceleración fue registrada con un acelerómetro con una masa de 3 g, tipo 4519-003 (*Brüel & Kjær®*) con un sensor PCB 302-A02.

Las señales temporales de la fuerza de excitación y del movimiento, fueron capturadas con un sistema de tratamiento de datos, modelo 3565-1B (*Hewlett Packard®*), controlado con un

sistema CADA-X (*Leuven Measurement Systems®*). La señal temporal del movimiento fue transformada al dominio de frecuencias usando un algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier y la señal de la fuerza de excitación fue convertida en la función respuesta de la frecuencia ($H(f)$). Ambas señales fueron tratadas usando una estación de control de vibraciones modelo Front-end 3560-B-120, con el programa PULSE 14.0 (*Brüel & Kjær®*). La primera frecuencia fue calculada con una precisión de 2 Hz y medida en el diagrama Función Respuesta de la Frecuencia ($H(f)$) versus frecuencias (f). A manera de ilustración de las mediciones realizadas, la Figura 2 presenta los diagramas $H(f)$ vs. f , de las pruebas longitudinales (L), radiales (R) y tangenciales (T) de la viga 3.

Figura 2. Función respuesta de la frecuencia ($H(f)$) y frecuencias naturales (f) de la viga 3. L: longitudinal, R: radial y T: tangencial.



En las pruebas longitudinales, el impacto fue aplicado en el centro de la sección transversal en un extremo de la viga. La aceleración fue registrada con el acelerómetro situado igualmente en el centro de la sección en el otro extremo de la viga (Figura 1). Se realizaron cinco impactos y el promedio de los resultados fue utilizado para cálculos posteriores.

El análisis de las pruebas longitudinales, se fundamentó en la ecuación de onda (1) explicada por Meyers (1994):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

Donde:

u = Desplazamiento desde la posición de equilibrio (m)

x = Coordenada espacial (m)

c = Velocidad de onda (m/s)

t = Tiempo (s)

La solución de la ecuación (1), ha sido sintetizada por Brancheriau y Bailleres (2002) para estudios con madera. El módulo de elasticidad en vibraciones longitudinales fue calculado con la fórmula (2):

$$E_L = 4L^2 f^2 \rho_H \quad (2)$$

Donde:

E_L = Módulo de elasticidad longitudinal (Pa)

L = Longitud de la viga (m)

f = Frecuencia natural (Hz)

ρ_H = Densidad de la madera con un contenido de humedad H (kg/m^3)

En las pruebas radiales y tangenciales, el impacto fue aplicado en medio de la viga. La aceleración fue registrada con el acelerómetro situado cerca de un extremo de la viga (Figura 1). Se realizaron cinco impactos y el promedio de los resultados fue utilizado para cálculos posteriores.

El análisis de las vibraciones transversales se basó en la ecuación de movimiento (3) propuesta por *Stephen Timoshenko* en 1928 (Timoshenko *et al.*, 1994) y empleada por Pers-torper (1993) en el estudio de vigas de madera:

$$E I \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m_i \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \left(m_i r^2 + \frac{E I m_i}{K' A G} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{m_i^2 r^2}{K' A G} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0 \quad (3)$$

Donde:

E = Módulo de Elasticidad de la madera (Pa)

I = Momento de inercia de la sección transversal de la viga (m^4)

m_l = Masa por unidad de longitud de la viga (kg/m)
 A = Área de la sección transversal de la viga (m²)
 G = Módulo de Rigidez de la madera (Pa)
 y = Desplazamiento en la dirección transversal de la viga (m)
 x = Distancia en la dirección longitudinal de la viga (m)
 t = Tiempo (s)
 K' = Factor de forma en cortante (0.833 para vigas prismáticas)
 r = Radio de giro de la sección transversal de la viga (m²)

Con: $r = \sqrt{I/A}$

En la ecuación (3), el primer término de la izquierda está ligado a la rigidez de la viga, el segundo a la inercia del movimiento, el tercer término representa el efecto de la inercia de rotación de la sección transversal de la viga y el cuarto significa el efecto del esfuerzo cortante interno.

Una solución numérica de la ecuación (3) para el caso de una viga de sección rectangular, apoyada sobre soportes elásticos de tipo simple, como es el caso de estudio, ha sido aplicada en estudios con madera por Chui y Smith (1990) y Machek *et al.* (2001). El módulo de elasticidad transversal se calculó con la fórmula (4):

$$E_{R,T} = \frac{4\pi^2 L_f^4 f^2 \rho_H}{m^4 r^2} \left(1 + \frac{r^2}{L^2} K \right) \quad (4)$$

Donde:

$E_{R,T}$ = Módulo de elasticidad en las direcciones radial (R) o tangencial (T) (Pa)
 L_f = Distancia entre apoyos (m)
 L = Longitud de la viga (m)
 f = Frecuencia natural (Hz)
 ρ_H = Densidad de la madera con un contenido de humedad H (kg/m³)

r = Radio de rotación de la sección transversal de la viga (m²)

m, K = Constantes adimensionales

De la lectura de la gráfica del amortiguamiento de la amplitud de la vibración inducida en cada una de las pruebas (Figura 3), se calculó el decremento de tipo logarítmico (ln) con la fórmula (5) (Raichel, 2006):

$$\delta = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} \quad (5)$$

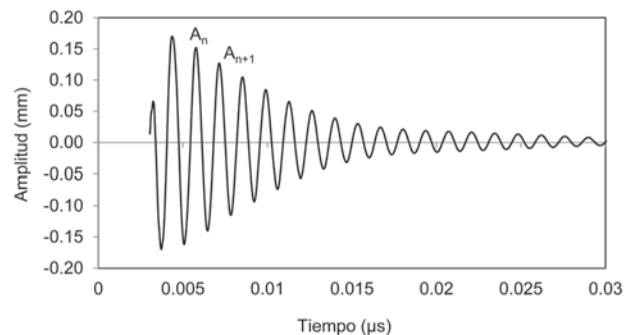
Donde:

δ = Decremento logarítmico

A_n = Amplitud de la vibración en el ciclo n (m)

A_{n+1} = Amplitud de la vibración en el ciclo n+1 (m)

Figura 3. Amortiguamiento de la amplitud de las vibraciones radiales de la viga 3.



Posteriormente, empleando el decremento logarítmico obtenido con la fórmula (5), el coeficiente de amortiguamiento se calculó con la fórmula (6):

$$\tan \delta = \tan(\delta) \quad (5)$$

Donde:

$\tan \delta$ = Coeficiente de amortiguamiento

δ = Decremento logarítmico

Resultados y discusión

La madera de las vigas presentó peculiaridades tecnológicas propias de la madera aserrada de forma artesanal. Su orientación no estaba bien alineada con las direcciones de anisotropía de la madera, de tal forma que las sollicitaciones y los parámetros de las vigas definidos no coincidieron necesariamente con las direcciones longitudinal, radial y tangencial. Además, la madera contenía nudos naturales, así como algunas rajaduras ocasionadas por el intemperismo sufrido durante su vida en servicio. Sin embargo, los coeficientes de variación calculados para los diferentes parámetros, son aceptables, y no denotan necesariamente una diferencia importante.

La magnitud de los resultados presentados en los Cuadros 1, 2 y 3, es semejante a la de los autores discutidos en los trabajos anteriores, tanto para los módulos de elasticidad (Larsson *et al.*, 1998; Moshiri *et al.*, 2009; Olsson *et al.*, 2012), cuyos resultados se sitúan en el rango de 12,200 a 12,700 MPa, como para los coeficientes de amortiguamiento (Salmén, 1984; Olander *et al.*, 1990; Olsson y Salmén, 1997; Placet *et al.*, 2007) cuyos resultados varían entre 0.09 y 0.29. Las diferencias entre los resultados de esta investigación y los de los investigadores citados pueden ser explicadas por el efecto de la variabilidad natural de las características mecánicas de la madera, así como por las particularidades en las configuraciones de los métodos de ensayo empleados.

Los valores de la densidad, de la frecuencia, del módulo de elasticidad y del coeficiente de amortiguamiento son diferentes para cada una de las cinco vigas estudiadas. Aún más notorias, son las diferencias según la dirección estudiada: longitudinal, radial y tangencial.

De acuerdo con Brémaud *et al.* (2012), la densidad de la madera así como el ángulo de las microfibrillas en la capa secundaria y los polímeros que componen la pared celular, tienen una influencia en el módulo de elasticidad dinámico y en el coeficiente de amortiguamiento

de la madera. Por su parte, Bodig y Jayne (1982) proponen que los nudos, las bolsas de resina y la presencia de médula, son características que modifican parámetros mecánicos determinados en piezas grandes de madera. Estos argumentos asociados a la variabilidad natural del plano leñoso, pueden explicar la discrepancia en valores entre cada una de las vigas.

Cuadro 1. Resultados de las pruebas de vibraciones longitudinales.

Viga	H (%)	ρ_H (kg/m ³)	f_L (Hz)	E_L (MPa)	$\tan \delta_L$ (%)
1	13.14	448	793	13,796	0.46
2	11.08	414	709	10,185	0.37
3	11.79	449	720	11,390	0.47
4	11.41	366	690	8,531	0.40
5	12.16	433	763	12,350	0.44
μ	11.92	422	735	11,250	0.41
σ	0.795	34	42	2,014	0.041
CV	0.07	0.08	0.06	0.18	0.10

H = Contenido de humedad; ρ_H = Densidad; f_L = frecuencia longitudinal; E_L = Módulo de elasticidad longitudinal; $\tan \delta_L$ = Coeficiente de amortiguamiento longitudinal.

Cuadro 2. Resultados de las pruebas de vibraciones transversales radiales.

Viga	H (%)	ρ_H (kg/m ³)	f_R (Hz)	E_R (MPa)	$\tan \delta_R$ (%)
1	13.14	448	99	12,024	0.82
2	11.08	414	90	9,284	0.98
3	11.79	449	90	9,956	0.87
4	11.41	366	91	8,302	0.84
5	12.16	433	97	11,290	0.76
μ	11.92	422	93	10,171	0.85
σ	0.795	34	4.3	1,500	0.081
CV	0.07	0.08	0.05	0.15	0.09

H = Contenido de humedad; ρ_H = Densidad; f_R = frecuencia radial; E_R = Módulo de elasticidad radial; $\tan \delta_R$ = Coeficiente de amortiguamiento radial.

Cuadro 3. Resultados de las pruebas de vibraciones transversales tangenciales.

Viga	H (%)	ρ_H (kg/m ³)	f_T (Hz)	E_T (MPa)	$\tan \delta_T$ (%)
1	13.14	448	44	13,431	1.56
2	11.08	414	41	10,524	1.74
3	11.79	449	41	11,412	1.76
4	11.41	366	40	9,079	1.67
5	12.16	433	44	12,710	1.53
μ	11.92	422	42	11,431	1.65
σ	0.795	34	1.88	1,731	0.104
CV	0.07	0.08	0.04	0.15	0.06

H = Contenido de humedad; ρ_H = Densidad; f_T = frecuencia tangencial; E_T = Módulo de elasticidad tangencial; $\tan \delta_T$ = Coeficiente de amortiguamiento tangencial.

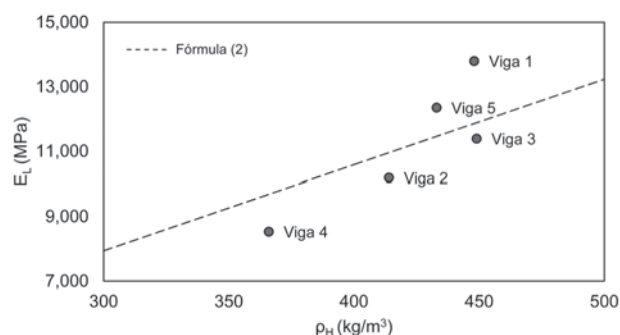
Los módulos de elasticidad presentan una relación de anisotropía del orden de $E_T \approx E_L > E_R$, con coeficientes de variación aceptables en experimentación de la madera. Igualmente, los coeficientes de amortiguamiento muestran una anisotropía de: $\tan \delta_T > \tan \delta_R > \tan \delta_L$, en una proporción de: 1: 0.52: 0.25, resultados que concuerdan con los de Brémaud *et al.* (2011) y se pueden explicar por la variación en las propiedades de la madera de acuerdo a la dirección en la que se observan. Es decir, las propiedades de anisotropía que le son distintivas a este material.

La fórmula (2) empleada para la determinación del módulo de elasticidad radial, considera el efecto de la inercia de la masa y de la rotación de la sección transversal sobre la deformación de la viga. Sin embargo, la relación largo (dirección L) de la viga en relación a su peralte (dirección R) en la configuración de las pruebas de flexión transversal radial, fue de 16.7. Esta proporción permite, en efecto, y para el caso de las vigas de madera con relaciones mayores a 15, considerar como mínima la participación del esfuerzo cortante en los resultados. Es importante hacer notar que

el módulo de elasticidad de las vigas se calculó a partir de su frecuencia natural de vibración, parámetro que integra el efecto de la masa y de las propiedades relacionadas con su inercia.

La Figura 4 presenta el módulo de elasticidad longitudinal (E_L) de las vigas estudiadas en función de la densidad (ρ_H) y la recta de predicción de la fórmula (2). La recta teórica fue calculada con el valor promedio de las frecuencias del Cuadro 1 ($f_L = 735$ Hz). En el mismo contexto, la Figura 5 presenta los módulos de elasticidad tangencial (E_T) y radial (E_R) en función de la densidad (ρ_H) y las rectas de predicción de la fórmula (4). Las rectas fueron calculadas con los valores promedio de las frecuencias de los Cuadros 2 ($f_R = 93$ Hz) y 3 ($f_T = 42$ Hz). Los valores experimentales de los módulos de elasticidad fluctúan alrededor de las rectas de predicción y su dispersión puede ser explicada por la variación de la densidad y resistencia entre las vigas lo que resulta en una frecuencia de vibración característica de cada una de ellas.

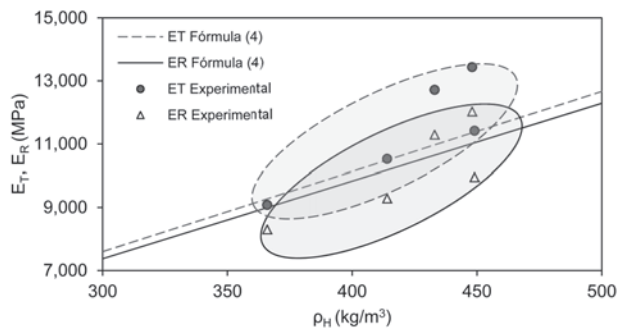
Figura 4. Módulo de elasticidad longitudinal (E_L) en función de la densidad (ρ_H) y recta de predicción de la fórmula (2).



En la Figura 5 se distinguen dos zonas para los valores experimentales de los módulos de elasticidad E_T y E_R de las vigas. Estas dos zonas comparten un área común para valores experimentales de las direcciones radial y tangencial y las rectas teóricas de predicción son casi paralelas con coeficientes de determinación $R^2 = 0.74$ para $E_T = 43.28 \rho_H - 6831$ y $R^2 = 0.65$ para $E_R = 35.22 \rho_H - 4691$. Si

se pondera la geometría de las vigas y la frecuencia según la dirección de las mediciones, es posible reunir los resultados de las direcciones radial y tangencial en un solo grupo. Este argumento sugiere que en condiciones reales de evaluación y análisis de estructuras de madera, cuando las vigas no están orientadas y/o alineadas con las direcciones de anisotropía de la madera, los módulos de elasticidad pueden ser estimados empleando cualquiera de las dos posiciones de las vigas empleadas en la investigación.

Figura 5. Módulos de elasticidad tangencial (E_T) y radial (E_R) en función de la densidad (ρ_H) y rectas de predicción de la fórmula (4).



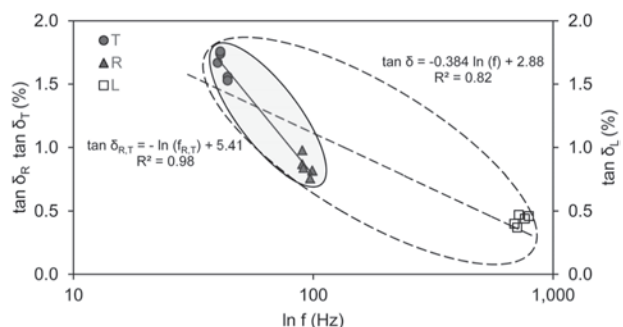
El valor promedio del módulo de elasticidad transversal calculado en la dirección tangencial es 12.39% mayor que el módulo correspondiente a la dirección radial.

Para cada una de las pruebas, la posición relativa de las vigas fue diferente. En el caso de la dirección radial, las vigas estuvieron apoyadas sobre su canto o cara, de tal forma que el peralte o la altura de la viga es mayor en comparación con el caso de los ensayos tangenciales, en los cuales el grueso o canto es la altura de la viga. Esto implica que el cociente entre la longitud de la viga y su peralte, sea mayor en las pruebas para medir parámetros radiales. De aquí que la aparición de deformaciones adicionales ocasionadas por esfuerzos cortantes resulten en módulos de elasticidad aparentemente menores para la sollicitación radial.

El módulo de elasticidad determinado aquí, se refiere a una sollicitación dinámica, lo cual implica una magnitud mayor en comparación a valores determinados con sollicitaciones en condición estática, de acuerdo a los resultados propuestos por Bodig y Jayne (1982) y Pellerin y Ross (2002). Además, las vigas contenían peculiaridades tales como nudos, porciones de médula y no estaban recortadas en las direcciones de anisotropía de la madera. Los valores aquí presentados, ejemplifican parámetros de madera con dimensiones y con calidad que se encuentran habitualmente en edificaciones antiguas.

Los coeficientes de amortiguamiento disminuyen si las frecuencias naturales aumentan, considerando que las magnitudes de éstas varían a su vez de acuerdo a las direcciones en que fueron medidas. La Figura 6 ilustra la anisotropía de los coeficientes de amortiguamiento y presenta las correlaciones con las frecuencias. Se pueden distinguir dos zonas: la primera para las direcciones radial y tangencial, y la segunda para las direcciones radial, tangencial y longitudinal. En ambos casos, los coeficientes de determinación (R^2) son altos. Estos resultados encuentran su utilidad en trabajos de diagnóstico estructural *in-situ*, cuando es difícil medir directamente el amortiguamiento en componentes de madera. Estimar estos parámetros a partir de mediciones de frecuencias, puede ser una solución que, tomando en cuenta las condiciones reales de cada caso de estudio, es de utilidad práctica.

Figura 6. Coeficientes de amortiguamiento tangencial ($\tan \delta_T$), radial ($\tan \delta_R$) y longitudinal ($\tan \delta_L$) en función de la frecuencia (f).



Es oportuno hacer notar que la muestra estudiada de cinco piezas es pequeña desde el punto de vista estadístico. Dado la singularidad y escasez del material cuando se experimenta con madera extraída de edificaciones históricas, los resultados promedio de cinco vigas pueden ser utilizados como referencia para estudios más amplios, considerando las reservas convenientes para cada caso de estudio en particular.

Conclusiones

Los módulos de elasticidad y los coeficientes de amortiguamiento calculados en vigas de madera de *P. abies* pueden ser útiles como valores de referencia para análisis y modelado estructural de edificios de madera con valor histórico y cultural.

El protocolo experimental para determinar características mecánicas y de amortiguamiento de vigas de madera antigua, empleando pruebas no destructivas de vibraciones, fue útil para la caracterización mecánica de elementos estructurales de madera. La densidad, los módulos de elasticidad y los coeficientes de amortiguamiento determinados pueden servir como referencia para diagnósticos mecánicos de edificaciones antiguas cuando no sea prudente desmantelar estructuras de madera.

Los módulos de elasticidad y los coeficientes de amortiguamiento de la madera, mostraron propiedades de anisotropía en las direcciones longitudinal, radial y tangencial de las vigas. La magnitud de los coeficientes de variación de los módulos de elasticidad y los coeficientes de amortiguamiento, en las tres direcciones de la madera, se sitúa en un intervalo aceptable y comparable en caracterización mecánica de la madera.

Literatura citada

- BODIG, J. and B.A. Jayne. 1982. *Mechanics of Wood Composites*. Van Nostrand Reinhold. USA.
- BRANCHERIAU, L. and H. Bailleres. 2002. Natural vibration analysis of clear wooden beams: a theoretical review. *Wood Science and Technology* 36: 347-365.
- BRÉMAUD, I., J. Gril, and B. Thibaut. 2011. Anisotropy of wood vibrational properties: dependence on grain angle and review of literature data. *Wood Science and Technology* 45:735-754.
- BRÉMAUD, I., J. Ruelle, A. Thibaut, and B. Thibaut. 2012. Changes in viscoelastic vibrational properties between compression and normal wood: roles of microfibril angle and of lignin. *Holzforchung* 67(1):75-85.
- COINTE, A., P. Castéra, P. Morlier, and P. Galimard, P. 2007. Diagnosis and monitoring of timber buildings of cultural heritage. *Structural Safety* 29:337-348.
- CHOPRA, A.K. 2011. *Dynamics of Structures*. (Fourth Edition). Prentice-Hall International Series in Civil Engineering and Engineering Mechanics. USA.
- CHUI, Y.H. and I. Smith. 1990. Influence of rotatory inertia, shear deformation and support condition on natural frequencies of wooden beams. *Wood Science and Technology* 24: 233-245.
- DIETSCH, P. and J. Köhler. 2010. *Assessment of Timber Structures*. COST Action E55. Modelling of the Performance of Timber Structures. European Science Foundation. Shaker Verlag. Deutschland.
- DRDÁČKÝ, M.F., M. Kloiber, and M. Kotlínová. 2006. Low invasive diagnostics of historic timber. In: *In-Situ Evaluation of Historic Wood and Masonry Structures*. NSF/MŠMT supported US-Czech project and RILEM Workshop. Prague. Czech Republic.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. 1997. *European Standard EN 318. Structural timber. Grading. Requirements for visual strength grading standards*. Brussels.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. 2003. *European Standard EN 408. Timber structures. Structural timber and glued laminated timber. Determination of some physical and mechanical properties*. European Committee for Standardization. Brussels.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. 2004. *European Standard EN 384. Structural timber—Determination of characteristic values of mechanical properties and density*. European Committee for Standardization. Brussels.
- HAVIMO, M. 2009. A literature-based study on the loss tangent of wood in connection with mechanical pulping. *Wood Science and Technology* 43:627-642.
- INTERNATIONAL COUNCIL ON MONUMENTS AND SITES (ICOMOS). 1999. *Principles for the Preservation of Historic Timber Structures*. Mexico.
- INTERNATIONAL SCIENTIFIC COMMITTEE FOR ANALYSIS AND RESTORATION OF STRUCTURES OF ARCHITECTURAL HERITAGE (ISCARSAH). 2005. *Recommendations for the analysis, conservation and structural restoration of architectural heritage*. Spain.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. 2003. *International Standard ISO 13822: Bases for design of structures - Assessment of existing structures*. Switzerland.
- KÖHLER, J., J.D. Sørensen, and M.H. Faber. 2007. Probabilistic modeling of timber structures. *Structural Safety* 29(4):255-267.
- LARSSON, D., S. Ohlsson, M. Perstorper, and J. Brundin. 1998. Mechanical properties of sawn timber from Norway spruce. *Holz als Roh- und Werkstoff* 56:331-338.
- MACHEK, L., H. Millitz, and R. Sierra-Alvarez. 2001. The use of an acoustic technique to assess wood decay in laboratory soil-bed tests. *Wood Science and Technology* 34:467-472.
- MEYERS, M.A. 1994. *Dynamic Behavior of Materials*. John Wiley & Sons. USA.
- MOSHIRI, F., B. Mobasher, and O.T. Issa. 2009. *Detection of defects in timber using dynamic excitation and vibration analysis*. Thesis No: TD 087/2009. Växjö University. Sweden.

- OLANDER, K., I. Salmén, and M. Htun. 1990. Relation between mechanical properties of pulp fibers and the activation energy of softening as affected by sulfonation. *Nord & Pulp Paper Journal* 5(2): 60-64.
- OLSSON, A.M. and L. Salmén. 1997. The effect of lignin composition on the viscoelastic properties of wood. *Nordic Pulp & Paper Journal* 12(3):140-144.
- OLSSON, A., J. Oscarsson, M. Johansson, and B. Kaällsner. 2012. Prediction of timber bending strength on basis of bending stiffness and material homogeneity assessed from dynamic excitation. *Wood Science and Technology* 46(4): 667-683.
- PADEVIT, P., T. Tesárek, and T. Plachý. 2011. Evolution of mechanical properties of gypsum in time. *International Journal of Mechanics* 1(5): 1-9.
- PELLERIN, R.F. and R.J. Ross. Editors. 2002. *Nondestructive Evaluation of Wood*. Forest Products Society. USA.
- PERSTORPER, M. 1993. Dynamic modal tests of timber evaluation according to the Euler and Timoshenko theories. In: *Proceedings of the 9th International Symposium on Nondestructive Testing of Wood*. Washington State University. USA. pp: 45-54.
- PLACET, V., J. Passard, and P. Perré. 2007. Viscoelastic properties of green wood across the grain measured by harmonic tests in the range 0-95 °C: hardwood vs. softwood and normal vs. reaction wood. *Holzforshung* 61:548-557.
- RAICHEL, D.R. 2006. (Second edition). *The science and applications of acoustics*. Springer, USA.
- SALMÉN, L. 1984. Viscoelastic properties of in situ lignin under water-saturated conditions. *Journal of Materials Science* 19:3090-3096.
- SAPORITI-MACHADO, J. and P. Palma. 2011. Non-destructive evaluation of the bending behavior of in-service pine timber structural elements. *Materials and Structures* 44:901-910.
- STEIGER, R. and M. Arnold. 2009. Strength grading of Norway spruce structural timber: revisiting property relationships used in EN 338 classification system. *Wood Science and Technology* 43:259-278.
- TIMOSHENKO, S., D.H. Young, and W. Weaver. 1994. Reprinted Edition. *Vibration problems in Engineering*. New York: John Wiley. USA. 

Este artículo es citado así:

Sotomayor-Castellanos, J. R. 2014. Comportamiento en vibraciones longitudinales y transversales de vigas de madera antigua de *Picea abies*. *TECNOCENCIA Chihuahua* 8(1): 46-56.

Resumen curricular del autor

JAVIER RAMÓN SOTOMAYOR CASTELLANOS. Es Ingeniero en Tecnología de la Madera, egresado de la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera, de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en Morelia, Michoacán, México. Estudió la Maestría en Análisis Estructural de Monumentos y Construcciones Históricas en el programa combinado en la Universidad de Minho, Portugal y en la Universidad Técnica Checa en Praga, Republica Checa. Actualmente es Profesor en la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera. Su línea de investigación es la caracterización mecánica de la madera.